# Unidad II: Números pseudoaleatorios

## 2.1 Métodos de generación de números  Pseudoaleatorio

### Métodos mecánicos

La generación de números aleatorios de forma totalmente aleatoria, es muy sencilla con alguno de los siguientes métodos:

1. Mediante una ruleta. Si estamos interesados en obtener números aleatorios discretos de una cifra (0,1,2,. . .,9), se hace girar una ruleta numerando los sectores del 0 al 9 y posteriormente se de1tiene anotándose el número de sector. La probabilidad de obtener cualquier número de la secuencia anterior es 1/10.

Si en lugar de generar números aleatorios de una cifra, necesitamos generar números aleatorios uniformes de k cifras, con valores de la variable aleatoria en el conjunto, con probabilidad 1/10, no tenemos nada más que partir de una tabla de números aleatorios de una cifra, y agruparlos de  en  ; los números resultantes son aleatorios de  cifras.

La generación de números aleatorios de una variable aleatoria uniforme  (0,  1) constituye el paso siguiente, ya que esa distribución juega un papel fundamental en la generación de variables aleatorias con otras distribuciones. Supongamos que estamos interesados en la generación de números aleatorios con  cifras decimales y uniformes en el intervalo (0, 1). El primer paso será generar números (), uniformes de  cifras para posteriormente, a través de una transformación  = /10  , pasarlos al dominio (0, 1)

2. Mediante una moneda o un dado: Se lanza una moneda o un dado y se anota el resultado.

3. Uso de guías telefónicas: Coger la guía telefónica de una provincia, abrir una página al azar y anotar de cada número de teléfono las cuatro últimas cifras.

4. Recurrir a tablas de números aleatorios.

**Métodos de generación aritméticos**

Los procedimientos de generación de números aleatorios más utilizados son de tipo aritmético y suelen ser de tipo recursivo. Cada número aleatorio se obtiene en función del último número obtenido, o de un número relativamente pequeño de los números obtenidos previamente. Si se considera el caso en el que cada número depende exclusivamente del anterior, la fórmula de generación será

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

**Método de los cuadrados medios**

Este método fue planteado por Von Neumann en 1950. Se basa en tomar un número, elevarlo al cuadrado y tomar los dígitos del centro como nuevo número, luego repetir el procedimiento.

## 2.2 Pruebas estadísticas

En esta sección se describen 2 de las pruebas estadísticas que se aplican a los números pseudoaleatorios generados por cualquiera de los métodos anteriores; en la primera de ellas, se tratará de verificar la hipótesis de que los números generados provienen de la distribución uniforme en el intervalo cerrado [0,1], en la segunda de ellas, se aplicará la prueba de corrida, misma que sirve para verificar que los números son efectivamente aleatorios. A continuación se detallan ambas pruebas:

### 2.2.1 De uniformidad. (chi cuadrada, kolmogorov-Smimov)

**Prueba de Kolmogorov-Smirnov**

Esta prueba sirve para verificar o negar la hipótesis que un conjunto de observaciones provienen de una determinada distribución. La estadística D que se utiliza en esta prueba es una medida de la diferencia máxima observada entre la

distribución empírica (dada por las observaciones) y la teórica supuesta. La estadística D es obviamente una variable aleatoria.

A continuación se detalla cómo se utiliza esta prueba para verificar o negar que un conjunto de números pseudoaleatorios tenga una distribución uniforme en el intervalo cerrado [0, 1].

### 2.2.2 De aleatoriedad. (corridas arriba y debajo de la media y longitud de corridas)

Aquí se encuentran los resultados de una encuesta con una serie de cuestiones sobre lo que ocurriría jugando al ajedrez de forma aleatoria, así como los resultados obtenidos de una simulación mediante PC (Método de Monte Carlo) de ésta misma cuestión. Las respuestas a la encuesta se obtuvieron a través de Internet y de un BBS local. Las líneas marcadas con dos asteriscos son las respuestas verdaderas de acuerdo con los resultados de la simulación.

- El resumen de los resultados de la simulación al azar, muestra en la primera tabla, los datos parciales y acumulados que se obtuvieron después de simular 2.000.000 de partidas.
- Una segunda tabla muestra los resultados cuando se introduce la regla de los 50 movimientos, que no resultó significativa, ya que de las 264.831 tablas resultantes de la misma, 247.354 también lo hubiesen sido sin la aplicación de la regla.
- La tabla tercera muestra el porcentaje de veces que cada uno de los tipos de piezas aparece en la posición final del bando vencedor (naturalmente de las partidas que no fueron tablas).
- La cuarta tabla muestra el número de casillas que por término medio bate cada una de las piezas durante el desarrollo de las partidas. Como es bien conocido, esta es una medida del poder de cada pieza.

- Una última tabla muestra los resultados de simular tandas de 4.000.000 de simulaciones desde posiciones iniciales que solo contiene el material de los mates elementales.

### 2.2.3 De independencia. (Autocorrelación, prueba de huecos, prueba del póquer, prueba de Yule)

La prueba Póquer, prueba grupos de números juntos como una mano de poker y compara cadamano con la mano esperada usando la prueba Chi-cuadrada. La prueba de corrida arriba abajo es generalment.

La prueba POKER se utiliza para analizar la frecuencia con la que se repiten los dígitos en números aleatorios individuales. Para determinar si los números aleatorios generados cumplen con las propiedades especificadas ( uniformidad e independencia ) se tendrán las hipótesis siguientes:

$H_0$ si $X^2_{\text{confiabilidad}} > \Sigma (O_i - E_i)^2 / E_i$ ; se aprueba que los dígitos están ordenados al azar.
$H_1$ si $X^2_{\text{confiabilidad}} < \Sigma (O_i - E_i)^2 / E_i$ ; se rechaza que los dígitos están ordenados al azar.

## 2.3 Método de Monte Carlo

### 2.3.1 Características

La simulación de Montecarlo es un método especialmente útil para analizar situaciones que involucran riesgo con el propósito de obtener respuestas aproximadas cuando el realizar un experimento físico o el aplicar métodos analíticos no es posible o resulta muy difícil o costoso.

La simulación de Montecarlo hace referencia a experimentos que involucran el uso de números pseudoaleatorios. El requisito clave de esta técnica es que los resultados de todas las variables de interés deben ser seleccionados aleatoriamente.

La simulación de Montecarlo ha tenido una gran aceptación en la vida real debido al poder analítico que presenta sin la necesidad de matemáticas complejas.

### 2.3.2 Aplicaciones

Sistemas de computación: redes de ordenadores, componentes, programación, bases de datos, fiabilidad.

Fabricación: manejo de materiales, líneas de montaje, equipos de almacenamiento, control de inventario, mantenimiento, distribución en planta, diseño de máquinas.

Negocios: análisis de existencias, política de precios, estrategias de marketing, estudios de adquisición, análisis de flujo de caja, predicción, alternativas del transporte, planificación de mano de obra.

Gobierno: armamento y su uso, tácticas militares, predicción de la población, uso del suelo, prevención de incendios, servicios de policía, justicia criminal, diseño de vías de comunicación, servicios sanitarios.

Ecología y medio ambiente: contaminación y purificación del agua, control de residuos, contaminación del aire, control de plagas, predicción del tiempo, análisis de seísmos y tormentas, exploración y explotación de minerales, sistemas de energía solar, explotación de cultivos.

Sociedad y comportamiento: estudios de alimentación de la población, políticas educativas, estructuras organizativas, análisis de sistemas sociales, sistemas de asistencia social, administración universitaria.

### 2.3.3 Solución de problemas

Supongamos que tenemos un satélite, que para su funcionamiento depende de que al menos 2 paneles solares de los 5 que tiene disponibles estén en funcionamiento, y queremos calcular $\varphi$ la vida útil esperada del satélite (el tiempo promedio de funcionamiento hasta que falla, usualmente conocido en la literatura

como MTTF - Mean Time To Failure). ϖ Supongamos que cada panel solar tiene una vida útil que es aleatoria, y está uniformemente distribu ıda en el rango [1000 hrs, 5000 hrs] (valor promedio: 3000 hrs).